3. a) $\vec{n}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$, $\begin{matrix}-x+y+z=0\\y+2z=0\end{matrix}$, $\begin{matrix}x=1\\y=2, z=-1\end{matrix}$, $\vec{n}=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$, E: $(\vec{x}-\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix})\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=0$

b) $d(O;E)=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{3}{\sqrt{6}}\approx 1{,}22$

c) Schnittpunkt: g_1 in E: $\begin{pmatrix}-1+t-1\\2-1\\6-t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=-6+2t=0$, $t=3$, $S(2|2|3)$

Schnittwinkel: $\sin\gamma=\frac{\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}\right|\left|\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}\right|}=\frac{2}{\sqrt{12}}$, $\gamma\approx 35{,}26°$

d) g_a steht senkrecht auf E, wenn ihr Richtungsvektor parallel zum Normalenvektor von E verläuft:

$d(h,E)=\left|\left(\begin{pmatrix}-1\\2\\6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{\sqrt{6}}\right|=\sqrt{6}\approx 2{,}450\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=0=0$ $\Rightarrow$ $\Rightarrow\left(\begin{matrix}a=k\\1-a=2k\\-a=-k\end{matrix}\right.$

$1-a=2a$, $a=\frac{1}{3}$, $\begin{pmatrix}1/3\\2/3\\-1/3\end{pmatrix}$ erfüllt dies.

e) g_a verläuft parallel zu E, wenn ihr Richtungsvektor senkrecht zum Normalenvektor von E steht:

$\begin{pmatrix}a\\1-a\\-a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=a+2-2a+a=2\neq 0$ für alle $a\in\mathbb{R}$

Daher verläuft keine Gerade der Schar parallel zu E.

f) $\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=0$, also gilt $h\|E$

Abstand: $d(h,E)=\sqrt{6}\approx 2{,}45$

g) Ebene durch g_1, senkrecht zu E:

$(\vec{x}-\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix})\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=0$, $\begin{matrix}x+2y-z=0\\x-z=0\end{matrix}$, $\begin{matrix}y=0\\x=z=1\end{matrix}$, $(\vec{x}-\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix})\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=0$

Bestimmung der Schnittgeraden von

E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$ und E_{g1}: $(\vec{x}-\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix})\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=0$

$\begin{pmatrix}1-r-2\\1+r+s-2\\r+2s-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=2s-4$, $s=2$, Projektionsgerade g_p: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$

g) alternativ: Die Projektionsgerade ist festgelegt durch 2 Punkte.
1. Punkt ist der Schnittpunkt $S(2|2|3)$ von g_1 mit E.
Bestimmung eines 2. Punktes:
beliebiger Punkt von g_1 (nicht S), z.B. $A(-1|2|6)$

Gerade durch A, senkrecht zu E: g_A: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\2\\6\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$

Der Schnttpunt F von E mit g_A ist der gesuchte 2. Punkt.

$\begin{pmatrix}-1+s-1\\2+2s-1\\6-s\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=-6+6s=0$, $s=1$, $P(0|4|5)$

Projektionsgerade g_p: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$

Beide Darstellungen beschreiben die gleiche Gerade:

Für $r=-1$ folgt $S(2|2|3)$, für $s=-\frac{1}{2}$ folgt $P(1|3|4)$